Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Física
Prof. Nelson Canzian da Silva

FSC 5506 - Estrutura da Matéria I

4a. Lista de exercícios

1. (a) Mostre que a função $\Psi(x,t) = A\ \text{sen}(kx - \omega t)$ não satisfaz a equação de Schrödinger dependente do tempo. (b) Mostre que $\Psi(x,t) = A\cos(kx - \omega t) + iA\ \text{sen}(kx - \omega t)$ satisfaz a equação de Schroedinger dependente do tempo.

2. A função de onda de um elétron livre, ou seja, um elétron que não está sujeito a nenhuma força, é dada por $\psi(x) = \text{sen}[(2{,}5 \times 10^{10})x)$, onde x está em metros. Determine (a) o momento do elétron; (b) a energia total do elétron; (c) o comprimento de onda do elétron.

3. Uma partícula de massa m e energia total zero encontra-se em uma região do espaço na qual sua função de onda é $\psi(x) = C\exp(-x^2/L^2)$. (a) Determine a energia potencial V da partícula em função de x; (b) faça um gráfico de $V(x)$ em função de x.

4. Uma partícula encontra-se em um poço quadrado infinito de largura L. Calcule a energia do estado fundamental (a) se a partícula é um próton e $L = 0{,}1$ nm, o tamanho aproximado de uma molécula; (b) se a partícula é um próton e $L = 1$ fm, o tamanho aproximado de um núcleo.

5. Considere uma partícula em um poço quadrado infinito dado por $V(x) = 0$ para $0 < x < L$ e $V(x) = \infty$ para $x < 0$ e $x > L$. Determine a probabilidade de a partícula ser encontrada no intervalo $\Delta x = 0{,}002L$ em $x = L/2$, $x = 2L/3$ e $x = L$ para (a) o estado fundamental e (b) o segundo estado excitado. Nota: assuma que Δx é muito pequeno para evitar integrações.

6. O comprimento de onda da luz emitida por um laser de rubi é 694,3 nm. Supondo que a emissão de um fóton deste comprimento de onda esteja associada à transição de um elétron do nível $n = 2$ para o nível $n = 1$ de um poço quadrado infinito, determine a largura L do poço.

7. Nos primórdios da física nuclear, antes que o nêutron fosse descoberto, acreditava-se que o núcleo fosse constituído por elétrons e prótons. Considerando o núcleo como um poço quadrado infinito com $L = 10$ fm e ignorando efeitos relativísticos, calcule a energia do estado fundamental (a) para um elétron e (b) para um próton no interior do núcleo. (c) Determine a diferença de energia entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado de cada partícula. (As diferenças entre os níveis de energia dos núcleos são da ordem de 1 MeV.)

8. Um elétron no interior de um poço quadrado infinito de largura $L = 10^{-12}$ m está se movendo com velocidade relativística; isso significa que seu momento *não* é dado por $p = (2mE)^{1/2}$. (a) Use o princípio de indeterminação para confirmar que a velocidade é relativística. (b) Encontre uma expressão para os níveis permitidos de energia do elétron. (c) Calcule o valor de E_1. (d) Qual é o valor não-relativístico de E_1?

9. Faça um gráfico (a) da função de onda e (b) da distribuição de probabilidade para o estado $n = 4$ do poço quadrado finito.

10. Para um poço quadrado finito de largura a = 10 nm, com seis níveis de energia permitidos, (a) faça um gráfico do poço de potencial; (b) faça um gráfico da função de onda do estado com n = 3 entre $x = -2a$ e $x = +2a$; (c) faça um gráfico da densidade de probabilidade para o mesmo intervalo do item (b).

11. Determine (a) $<x>$ e (b) $<x^2>$ para o segundo estado excitado (n = 3) de um poço quadrado infinito.

12. Calcule $\sigma_x = [<x^2> - <x>^2]^{1/2}$, $\sigma_p = [<p^2> - <p>^2]^{1/2}$ e $\sigma_x\sigma_p$ para a função de onda do estado fundamental do poço quadrado infinito. (Sugestão: por simetria, $<p> = 0$ e $<p^2> = <2mE>$).

13. Para o primeiro estado excitado (n = 1) do oscilador harmônico, dado por:

$$\psi_1(x) = C_1 \cdot \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \cdot x \cdot \exp(-m\omega x^2 / 2\hbar)$$

determine:

(a) C_1	(d) $<p>$	(g) $<E_{cin}>$
(b) $<x>$	(e) $<p^2>$	(h) $<E_{tot}>$ e
(c) $<x^2>$	(f) $<E_{pot}>$	(i) a relação de incerteza de Heisemberg.

Para tanto, você vai precisar saber que o reultado da integral:

$$I_n = \int_0^{\infty} x^2 e^{-\lambda x^2} dx$$

depende de n segundo a tabela abaixo:

n	I_n
0	$(1/2)\pi^{1/2}\lambda^{-1/2}$
1	$(1/2)\lambda^{-1}$
2	$(1/4)\pi^{1/2}\lambda^{-3/2}$
3	$(1/2)\lambda^{-2}$
4	$(3/8)\pi^{1/2}\lambda^{-5/2}$
5	λ^{-3}

A integral de $-\infty$ a $+\infty$ é
2 I_n para n par e
0 para n ímpar

14. Uma partícula livre de massa m e número de onda k_1 está viajando para a direita. No ponto x = 0, o potencial muda bruscamente de 0 para V_0 e permanece com este valor para todos os valores positivos de x. (a) Se a energia inicial da partícula é $(h/2)^2 k_1^2/2m = 2V_0$, qual é o número de onda k_2 na região $x > 0$? Expresse a resposta em função de k_1. (b) Calcule o coeficiente de reflexão R no degrau de potencial. (c) Qual é o valor do coeficiente de transmissão T? (d) A cada milhão de partículas com número de onda k_1 que incidem no degrau de potencial, quantas partículas, em média, continuam a viajar no sentido positivo do eixo dos x? Como este valor se compara com a previsão clássica?

15. Um feixe de elétrons com uma energia cinética de $E = 2{,}0$ eV incide em uma barreira de potencial de altura $V_0 = 6{,}5$ eV e largura $L = 5{,}0 \times 10^{-10}$ m. Qual a fração dos elétrons que consegue transpor a barreira?

16. Um feixe de prótons com uma energia cinética de 40 MeV incide em um degrau de potencial de 30 MeV. (a) Que fração do feixe é refletida? Que fração é transmitida? (b) Responda ao item (a) supondo que as partículas são elétrons.